

文章编号:1673-064X(2010)02-0076-05

# 基于 LabVIEW 的小波阈值融合算法去噪分析

李博<sup>1</sup>, 吴伟<sup>1</sup>, 周密<sup>2</sup>

(1. 西安石油大学 机械工程学院, 陕西 西安 710065; 2. 陕西华达科技有限公司, 陕西 西安 710065)

**摘要:**采用小波变换进行信号分解处理,通过分析阈值去噪所用的小波尺度及阈值选择法,提出选取 BayesShrink 自适应阈值估计,构建基于软、硬阈值折衷法和一种新阈值函数的多算法融合阈值处理方法.利用 Matlab 仿真实验分析该方法的可行性和有效性,在 LabVIEW 环境下进行实际工程信号的去噪测试.实例分析表明,该方法的主要优点在于它对随机强噪声的降噪效果明显.

**关键词:**小波阈值去噪;算法融合;虚拟仪器;LabVIEW

**中图分类号:**TP802+.6 **文献标识码:**A

信号去噪是数据采集和处理过程中的重要环节.近年来,随着电子信息技术的不断发展,各测试领域对信号的消噪处理和去噪效果的要求愈来愈高.测试系统信号去噪的效果好坏直接关系到测试精度、测试误差,并体现了系统的整体性能.为此,国内外专家学者在该领域潜心研究,提出了许多行之有效的信号去噪分离方法,诸如,傅里叶变换法、盲源分离法(BSS)<sup>[1]</sup>、独立分量分析法(ICA)<sup>[2]</sup>、小波阈值收缩法以及小波比例收缩法<sup>[3]</sup>等.鉴于小波阈值去噪具有原理简单、计算方便等特点,并且在有效去除噪声信号的同时尽可能地保持原信号的基本特性,从而得到了深入研究和广泛应用.

本文借鉴小波去噪的基本原理,选取 Bayes-Shrink 改进的自适应阈值估计,并采用多算法融合阈值函数进行去噪处理,从而达到提高信号去噪效果的作用.通过 Matlab 仿真实验分析其可行性,并利用虚拟仪器技术,在 LabVIEW 境下进行实际工程信号测试.

## 1 小波阈值去噪原理

设长度为  $N$  的信号  $f$  被噪声  $n$  所污染,所测得的

含噪数据为

$$Y = f(t) + n(t). \quad (1)$$

去噪的目的是最大可能地将实际信号与噪声分离开,保留真实的信号,去除噪声,即从含噪数据  $Y$  中得到信号  $f$  的一个近似  $\bar{f}$ ,使得在某种准则下  $\bar{f}$  是  $f$  的最优逼近.日常出现的噪声大都服从或近似服从高斯分布,这里假设  $n$  为高斯噪声.

小波阈值去噪的具体处理过程为:在不同尺度上对一维含噪信号进行小波分解,保留大尺度低频部分的小波系数;为各个分解尺度下高频部分的小波系数设定一个阈值,并选择阈值函数进行量化处理,幅值小于该阈值的小波系数置为零,高于该阈值的小波系数或完整保留,或作相应的“收缩”处理.最后将处理后的小波系数进行小波逆变换,恢复有效信号.

依据以上基本思路,若要从含噪信号中恢复出原始信号,大致可以分为3个阶段:①正交小波变换;②小波系数阈值处理;③小波重构.在此过程中,如何选择适当的小波基、小波分解层数,如何选择阈值以及进行阈值量化是整个阈值处理的关键,它关系到信号去噪的质量.

收稿日期:2009-10-11

基金项目:陕西省教育厅自然科学研究项目“陕北油田油气长输管道泄漏研究”(编号:Z06020)

作者简介:李博(1984-),男,硕士,主要从事机电系统状态检测与故障诊断研究. E-mail:suryb@163.com

## 2 自适应阈值选取

小波阈值去噪的阈值选取十分重要,它可直接影响到去噪效果.在长期的应用过程中,Rigrsure、Sqtwolog、Heursure、Minimaxi<sup>[4]</sup>四种常用阈值选取方法也表现出众多缺陷,如 Heursure、Minimax 去噪过程中仅将高频信号的部分系数置零,造成去噪不彻底;相反的,Rigrsure、Sqtwolog 两种方法又可能将高频有用信号当成噪音信号滤掉,造成信号失真.Chang 于 2000 年提出了 BayesShrink 阈值估计方法,该方法是在基于无噪信号小波系数服从广义高斯分布的假设得到的<sup>[5]</sup>.本文采用基于 BayesShrink 改进的自适应阈值估计来确定阈值.

如果  $X$  服从均值为 0、方差为  $\sigma_n^2$  的高斯分布,即  $X \sim (0, \sigma_n^2)$ , Bayes 风险函数可表示为

$$r_{\text{Bayes}}(t) = E(\hat{X} - X)^2 - E_X E_{Y|X}(\hat{X} - X)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\eta_i(Y) - X)^2 p(Y|X) p(X) dY dX. \quad (2)$$

其中,  $Y|X \sim N(Y - X, \sigma_n^2)$ ,  $X \sim GG_{\beta, \sigma_x}(x)$ ,  $\hat{X} = \eta_i(Y) = (Y - \text{sgn}(Y)T)I(|Y| \geq T)(GG_{\beta, \sigma_x}(x))$  为零均值的冠以高斯分布描述<sup>[5]</sup>).

$T^*$  表示 BayesShrink 风险最小条件下的自适应阈值近似解,即

$$T^* \approx \hat{T}_{\text{Bayes}}(\hat{\sigma}_x) = \frac{\hat{\sigma}_n^2}{\hat{\sigma}_x}. \quad (3)$$

其中,  $\hat{T}_{\text{Bayes}}$  是对  $T^*$  的一个近似估计,最大偏差不超过 1%. 式(3)中的噪声方差  $\hat{\sigma}_n^2$  可采用鲁棒中值估计求得,即  $\hat{\sigma}_n = \text{Median}(|Y_{i,j}|)/0.6745$ , 其中  $Y_{i,j} \in \text{Subband}HH_1$ . 对于  $\hat{\sigma}_x$  而言,可利用公式  $\hat{\sigma}_x = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_y^2 - \hat{\sigma}_n^2, 0)}$  求得,式中  $\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n Y_{i,j}^2$ ,  $n$  表示小波分解系数子带的长度大小.此方法与 SURE 阈值法去噪效果相当,但计算量小得多,编程简单且容易实现.

## 3 多算法融合阈值函数的构建

小波阈值去噪除了阈值的选取外,另一个关键因素是阈值函数的选取问题.阈值函数体现了超过和低于阈值的小波系数模的不同处理策略以及不同的估计方法<sup>[6]</sup>,如果选取不当会造成严重的信号失真,信噪比减小,产生系统误差.分析表明,硬阈值函数可以保留原信号的基本特征,但欠缺平滑性特征;反之,软阈值可以有效地提高去噪后信号的平滑性,

但丢掉了信号的某些有用特征.鉴于软、硬阈值函数有所欠缺,研究人员在其基础上进行改进,先后衍生出多种新阈值处理方法,有效地克服了传统阈值去噪存在的问题.

软、硬阈值折衷法去噪就是一种常见的改进型阈值函数处理方法,该方法的思路简单、通俗易懂,且去噪效果较好<sup>[7]</sup>.单纯的软阈值法估计的小波系数  $y$  其绝对值与  $|x|$  存在着  $T$  的绝对偏差,为此要设法减小偏差,但若将这种偏差减小到零又未必是最好的,目的是使  $\|y - x\|$  尽可能地小.因此,令  $|x|$  取值介于  $|x| - T$  与  $|x|$  之间,这样可使估计出来的小波系数  $y$  更加接近于真实值.基于这一思想,构建出软、硬阈值折衷函数,公式描述为

$$y = \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - \alpha T), & |x| \geq T; \\ 0, & |x| < T. \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $x$  表示小波变换后的原始小波系数,  $y$  表示了经过阈值处理后的小波系数,  $T$  表示估计阈值.式(4)中,  $\alpha$  是介于 0 和 1 之间的任意常数,可根据具体去噪要求灵活选取,一般地讲,该方法估计的小波系数  $y$  值介于软、硬阈值方法之间,见图 1.

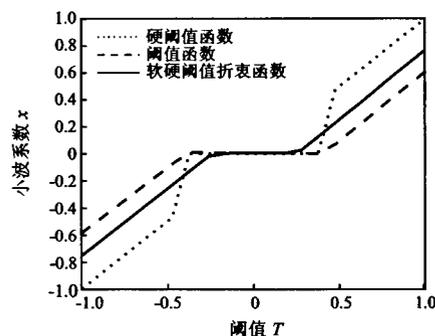


图 1 软硬阈值折衷函数比较 ( $\alpha = 0.6$ )

从函数表达式和图形中可以看出,软、硬阈值折衷函数为分段函数,图形虽然连续,但是导数不连续,或不存在二阶以上的高阶连续导数,在实际应用中经常要对一阶导数甚至高阶导数进行运算处理,限制了该阈值函数的进一步广泛应用.为弥补这方面的缺陷,这里介绍一种新的阈值函数,与软、硬阈值函数结合使用,便于进行各种数学处理,为阈值方法的工程应用提供了可能.

通过对软阈值函数的分析,并利用指数函数的特性构建出另一种新阈值函数模型<sup>[8]</sup>,即

$$y'(x, T) = x - T + \frac{2T}{1 + e^{cx}}. \quad (5)$$

对式(5)进行分析,当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $y'(x, T) \approx x - T$ ;

反之,当  $x = -\infty$  时,  $y'(x, T) \approx x + T$ ; 若  $x = 0$ , 则  $y'(x, T) = 0$ . 分析结果可见, 新阈值函数的发展趋势与软阈值基本相同. 待定常数  $c > 0$ , 它的取值与阈值函数值相互关联, 并直接影响到信号的最终去噪效果, 可见  $c$  的取值至关重要.

通过相关推理得到, 当  $c = 2/T$  时新阈值函数去噪处理效果最佳. 将  $c$  值代入式(5)中得到所求新阈值函数为

$$y'(x, T) = x - T + \frac{2T}{1 + e^{2x/T}} \quad (6)$$

由新阈值函数曲线示意图(图2)可以观察到, 该阈值函数不仅连续性好, 而且具有高阶可导性, 便于数学处理. 与此同时, 随着系数取值的增大, 该函数逐步趋向于软阈值函数, 存在着恒定的系数偏差, 影响信号重构效果. 于是, 本文通过引入加权因子, 将两种阈值处理方法结合使用, 增加运算精度.

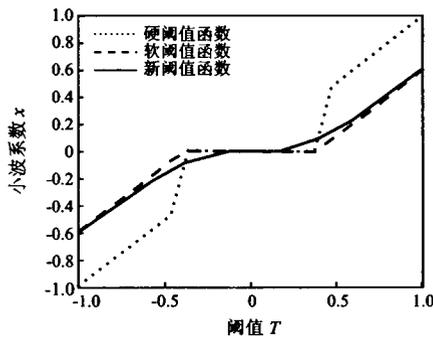


图2 新阈值函数比较( $\alpha = 0.6$ )

综合以上两种阈值函数, 并结合加权因子  $\alpha =$

$\frac{T}{|x| \times \exp\left(\sqrt{\frac{|x| - T}{|x| + T}}\right)}$ , 可构造出一种多算法融合阈值函数, 即

$$y = \begin{cases} (1 - \alpha)\text{sgn}(x)(|x| - \alpha T) + \alpha\left(x - T + \frac{2T}{1 + e^{2x/T}}\right), & |x| \geq T; \\ \alpha\left(x - T + \frac{2T}{1 + e^{2x/T}}\right), & |x| < T. \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $\alpha$  介于  $[0, 1]$  之间.

该函数可以通过调节加权因子  $\alpha$  来确定较为真实的重构系数, 进一步提高信号去噪效果. 分析可见, 当  $\alpha = 0$  时, 该阈值实际就是软、硬阈值折衷函数; 当  $\alpha = 1$  时则为新阈值函数; 当  $\alpha$  在 0 和 1 之间变动时, 多算法融合阈值函数则继承了两者的优点, 在试验过程中能够更好地去噪, 该函数曲线示意图

见图3.

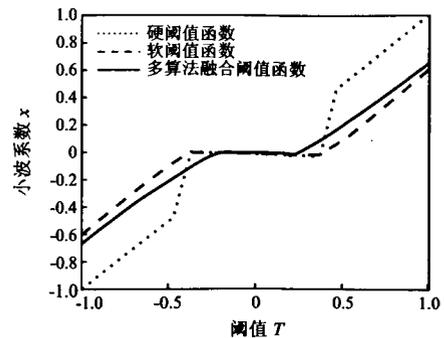


图3 多算法融合阈值函数比较( $\alpha = 0.6$ )

### 4 Matlab 阈值去噪仿真

采用 Matlab 仿真实验验证上述方法去噪的可行性. 本实验引用小波工具箱内的 wden 函数对原始信号分别进行硬、软阈值去噪处理<sup>[9]</sup>, 与本文所提出的处理方法相比较, 检验去噪效果. 实验过程中, 选用 Matlab 中的仿真信号 Noisbump 作为原始含噪信号, 采用 BayesShrink 自适应阈值估计和多算法融合阈值函数相结合进行数据处理, 这里选取加权因子  $\alpha = 0.6$ , 并引入信噪比(SNR)和均方根误差(RMSE)进行数据说明. 具体实验步骤如下:

- (1) 选择 Daubechies 小波进行正交小波变换, 采用 db6 小波对含噪信号进行 4 层小波分解;
- (2) 提取低频和 高频部分的小波系数, 采用自适应阈值估计为高频部分选择合适的阈值;
- (3) 利用多算法融合阈值函数进行处理, 得到有用信号小波系数估计值;
- (4) 正交小波逆变换, 信号重构;
- (5) 去噪效果分析, 比较信噪比和均方根误差, 验证可行性;
- (6) 比较 3 种方法, 重构最大误差值.

经过 Matlab 仿真实验, 去噪效果见图4.

去噪效果主要从信噪比和均方根误差两个方面衡量. 一般说来, 信号的信噪比越高, 原始信号和去噪信号的均方根误差越小, 去噪信号就越接近原信号, 去噪的效果也就越好<sup>[10]</sup>. 若将原始信号作为标准信号  $x(n)$ , 则经阈值去噪后的估计信号  $y(n)$  的信噪比定义为

$$R_{SN} = 10 \lg \left[ \frac{\sum_n x^2(n)}{\sum_n [x(n) - y(n)]^2} \right]; \quad (8)$$

均方根误差定义为

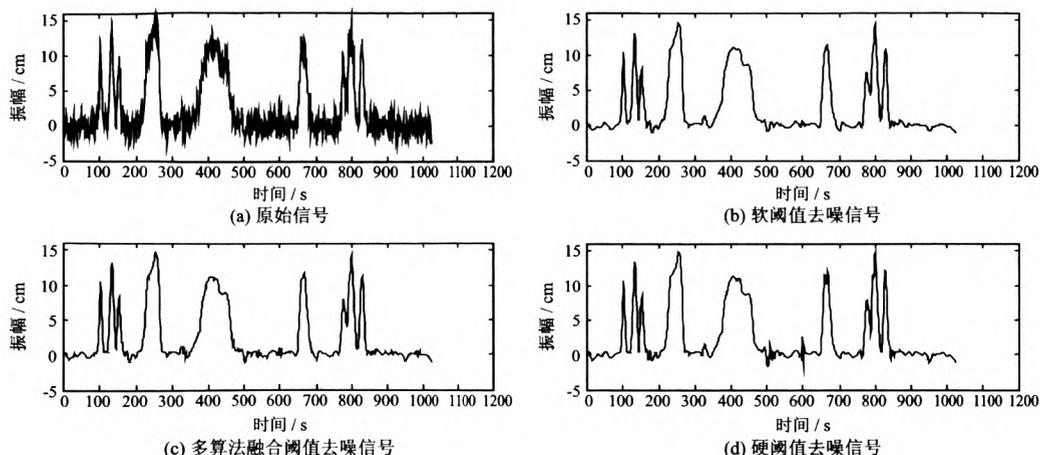


图 4 原始信号与三种阈值函数去噪效果对比

$$E_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_n [x(n) - y(n)]^2}. \quad (9)$$

本实验主要目的在于通过与其它方法进行参照对比来验证新方法去噪的可行性,从实验结果来看,信噪比和均方根误差均得到明显改善(表 1).此外,利用公式  $E_{rr} = \text{Max} |s - s_i|, i = 1, 2, 3$  计算 3 种阈值去噪法波形重构最大误差(表 1),波形见图 5.

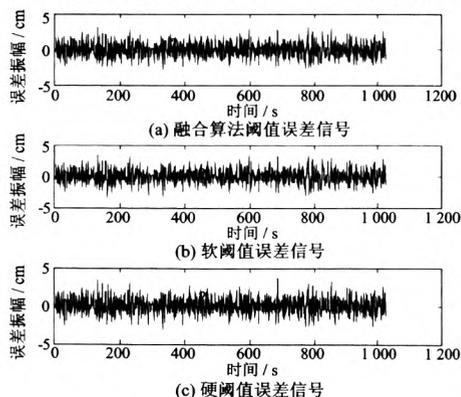


图 5 3 种阈值去噪法波形重构最大误差

表 1 3 种阈值处理法信噪比、均方根误差和最大重构误差比较

去噪方法	多算法融合阈值	软阈值	硬阈值
$R_{SN}$	33.074 8	32.216 9	31.303 5
$E_n$	0.919 0	0.959 3	1.004 1
最大重构误差	3.148 3	3.541 3	3.607 8

由此可见,本文提出的方法是行之有效的.

## 5 虚拟仪器技术在融合算法阈值去噪中的应用

利用 LabVIEW 软件开发设计多算法融合阈值去噪系统,并采用 LabVIEW 提供的 Matlab Script Node 脚本调用 Matlab 阈值去噪程序<sup>[11]</sup>,对商洛供电局张村变电所 330 kV 高压输电线一组电力负载信号进行去噪处理.本文采用多算法融合阈值去噪,选用 db6 小波对信号进行 5 层分解.系统去噪程序框图和信号去噪效果见图 6、图 7.

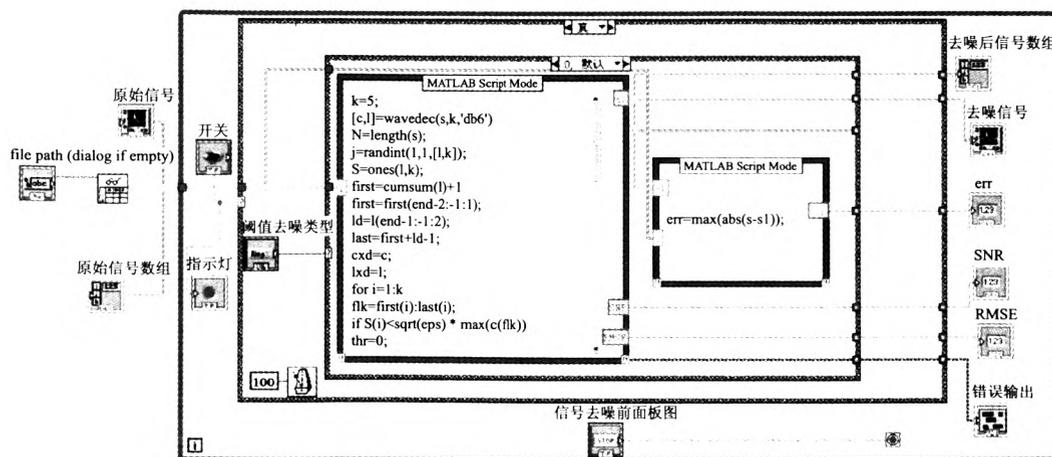


图 6 LabVIEW 去噪系统程序框图

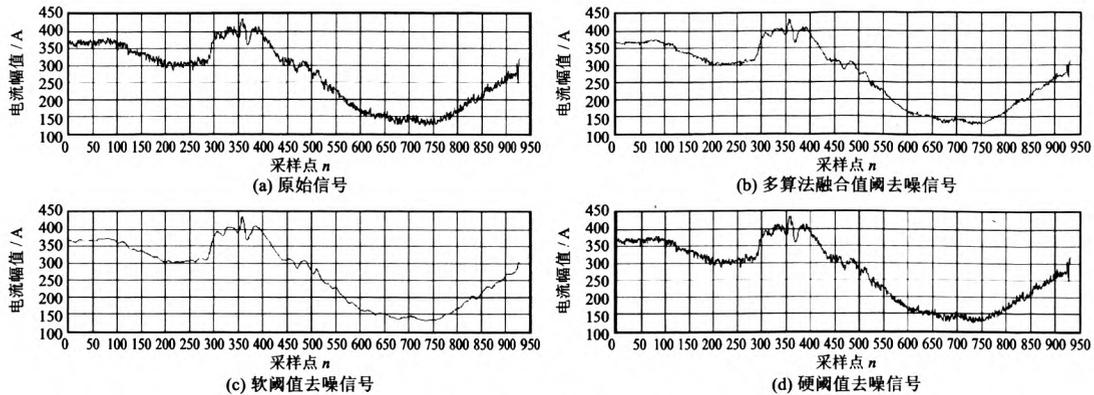


图7 LabVIEW 信号去噪效果

由图7可见,软阈值去噪最为彻底,去噪后信号连续性、平滑性较好,但为此而丢掉了信号的有用特征;硬阈值不加处理保留了真实信号的尖峰特征,使得信号在小波域中连续性较差,出现振荡;采用本文方法去噪处理后,噪声信号被有效去除,同时保留了有用信号的基本特征,可以明显看出电力负载变化情况,信号的信噪比较高,均方根误差显著减小,信号重构效果较好,最大重构误差小于其他两种方法(表2)。

表2 信噪比、均方根误差和最大重构误差比较

去噪方法	多算法融合阈值	软阈值	硬阈值
$R_{SN}$	160.197 0	156.680 0	153.786 0
$E_n$	0.095 4	0.113 8	0.131 5
最大重构误差	0.270 8	0.286 7	0.347 0

## 6 结 论

信号去噪是工业过程状态检测和故障诊断的重要方面. 针对采集信号被噪声污染的一般情况,本文利用小波变换的方法分解过程信号,采用 Bayes-Shrink 自适应阈值估计和多算法融合阈值函数相结合的方法对分解信号进行阈值去噪处理,能够较好恢复有用信号. 研究表明,本文提出的阈值去噪处理方法比通常使用的硬、软阈值去噪方法具有更强的消噪能力,尤其适应于强噪声污染的信号去噪,具有一定的工程应用价值.

## 参 考 文 献:

- [1] 徐丽琴. 盲源分离算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2006.
- [2] Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E. Independent Component Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2001: 147-289.
- [3] Rivet B, Vigneron V, Paraschiv - Ionescu A, et al. Wavelet de-noising for blind source separation in noisy mixtures [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2004, 3195: 263-270.
- [4] Jansen M, Bultheel A. Multiple wavelet threshold estimation by generalized cross validation for images with correlated noise [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 87(7): 947-953.
- [5] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000(9): 1532-1546.
- [6] 张德丰. 基于小波的信号阈值去噪算法研究[J]. 现代计算机, 2007(5): 26-28.
- [7] 赵瑞珍, 宋国乡, 王红. 小波系数阈值估计的改进模型 [J]. 西北工业大学学报, 2001, 19(4): 625-628.
- [8] 孙泽辉. 单通道小波阈值去噪和多通道 noisyICA 盲分离研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2007.
- [9] 张德丰. Matlab 小波分析与工程应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [10] 吴伟, 蔡培生. 基于 MATLAB 的小波去噪仿真 [J]. 信息与电子工程, 2008(3): 220-222.
- [11] 岂兴明, 周建兴, 矫津毅. LabVIEW 8.2 中文版入门与典型实例 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2008.

责任编辑: 贺元旦