第52卷 第7期
2009年7月

地 球 物 理 学 报
CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS

Vol. 52, No. 7
July, 2009

刘奇琳,刘伊克,常 旭.双平方根波动方程偏移速度分析.地球物理学报,2009,52(7):1891～1898,DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.024

Liu Q L, Liu Y K, Chang X. Wave-equation migration velocity analysis by Double Square Root method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(7):1891～1898,DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.024

双平方根波动方程偏移速度分析

刘奇琳,刘伊克,常 旭

中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029

摘 要 传统的剩余校正(RMO)偏移速度分析方法基于走时原理,在陡倾角和欠照明地区,因为不能得到充分的角度域信息而失效.本文将展示一种基于波场延拓理论的偏移速度分析方法,即波动方程偏移速度分析(WEMVA).这种方法先利用成像优化方法获得剩余成像,再利用剩余成像反演剩余速度.此类方法继承了波动方程偏移方法的优点和缺点.

波动方程偏移速度分析是一种线性反演方法,它要求对Born近似的展开序列作一阶截断.高阶部分的丢失必然带来巨大的截断误差,因此剩余成像必须也进行线性化,以适应大速度扰动和大延拓步长.因此,在此类算法中,剩余成像的获取和线性化是偏移速度分析的关键.

在叠前偏移算子中,因为双平方根算子的数学表达式更为简洁,所以本文基于对波动方程偏移速度分析初步讨论,并通过模型验证其原理.

关键词 双平方根偏移,偏移速度分析,时移成像条件,剩余成像

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.024 中图分类号 P631 收稿日期 2008-12-29,2009-03-30收修定稿

Wave-equation migration velocity analysis by Double Square Root method

LIU Qi-Lin, LIU Yi-Ke, CHANG Xu

Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, *China*

Abstract The traditional RMO Migration Velocity Analysis (MVA) is based on travel time theory. However, it fails in steep or under illumination events, because of the scarcity of angle information. We present a new MVA method based on wave continuation theory, called wave equation migration velocity analysis (WEMVA). First, image perturbations generated by image enhancing methods. Then, velocity perturbations are inversed with image perturbations. WEMVA methods also inherit both the advantage and disadvantage from wave equation migration.

Wave equation migration velocity analysis is a linearized inverse problem. It truncates the Born scattering serial to the first order term which bring divergence. The image perturbations must be linearized to the same order. The linearization of image perturbations is the key to WEMVA.

In this paper we will generally discuss the WEMVA method by Double Square Root (DSR) for the convenience of mathematic expression, and demonstrate how it works in numerical model.

Keywords DSR, Migration velocity analysis, Time shift imaging condition, Residual image

---

基金项目 中国科学院知识创新项目(KZCX2-YW-101)和国家自然科学基金面上项目(40774068)资助.

作者简介 刘奇琳,男,1981年生,博士研究生,主要从事地震波波动方程偏移与偏移速度分析研究. E-mail: liew@mail.iggcas.ac.cn

1 引 言

地震波偏移成像技术是成像地下构造的有效手段,理论上,波动方程叠前深度偏移在所有偏移法中成像精度最高.过去的几十年中,偏移方法本身得到了巨大的发展,但由于波动方程叠前深度偏移对偏移速度模型敏感,传统的速度分析方法很难建立准确的深度域速度模型,波动方程叠前深度偏在实际生产中的应用一直受到制约.

幸运的是,偏移的质量不仅由速度模型决定,还可以通过共成像点道集来反映,如果速度模型正确,则地表接收到的来自地下同一绕射点的波场应该被成像到同一空间位置.聚焦最好的偏移距域共成像点道集(ODCIG)或被拉平的角度域共成像点道集(ADCIG)被认为是对应着正确的偏移速度模型.ODCIG可以很容易地通过叠前偏移算法获得,但是基于高频近似的Kirchhoff偏移方法需要对速度模型做平滑,当速度模型存在较大横向变化时,共成像点道集存在假象.通过波动方程获得的ODCIG道集也存在着不同程度的假象,而基于波动方程偏移获得的ADCIG被证明为唯一没有假象的道集,更能满足偏移速度分析的需要.关于ADCIG的研究,近些年取得了重大的发展,其方法也日趋完善.Prucha等[1]提出了通过倾斜叠加分解波场的办法,陈凌等[2]提出了小波束偏移方法;Wu[3]和Xie[4]等提出了根据局部平面波分解提取角度域信息的办法.但这些都属于成像前算法,成像后提取ADCIG的方法[5]因为计算效率高,并可在偏移距域和角度域之间自由转换而更具实用性.

传统的偏移速度分析方法通过剩余校正(RMO)来评估速度.Al-Yahya[6]首先提出了偏移距域RMO分析方法.由于ODCIG有着本身的缺陷,ADCIG被提出后,关于角度域的RMO分析的思想被Ottolini[7]和王昌龙[8]等提出.近些年来,角度参数与RMO的关系也在应用中得到很大的发展.剩余校正分析可分为深度聚焦分析(DFA)和剩余曲率分析(RCA).此后,根据Sava[9]提出的时移成像条件,刘守伟[10]尝试统一DFA和RCA的工作也取得进展.

基于走时理论,剩余校正方法先通过成像深度差或者角道集的曲率寻找剩余校正量,再代入速度更新公式求取速度扰动量.由于没有充分考虑横向变速的影响,剩余校正方法需配合层析成像进行修正.但是,在成像角度不足或者照明度不够的区域,因为无法有效地从角道集中识别曲率或者根本无法成像,基于走时的速度建模理论失效.而基于波动方程类的速度分析方法则不会受到此因素的限制[11].波动方程偏移速度分析利用成像优化方法来提取成像扰动,并根据波场延拓理论建立起成像扰动与速度扰动之间的关系.成像扰动的拾取和波场的反复延拓给这种方法带来巨大的工作量.但是,因为可以解决剩余校正方法所无法解决的问题,WEMVA依然具有很大的应用潜力.在随后的研究中,自动化波动方程偏移速度分析(AWEMVA)方法被提出[12].但即便是在理论模型中,这类方法对数据的质量要求都极高,我们更倾向于带有人工干预的WEMVA.

波动方程偏移速度利用成像扰动反演速度扰动,成像扰动和速度扰动之间通过偏移递归建立线性反演公式.本文逐一分析散射波场、偏移递归、线性化剩余成像和剩余速度反演,并讨论其在偏移速度分析中的作用.

2 原 理

2.1 偏移递归

波动方程偏移中,波场延拓采取递推的方式,将地表波场逐层下延到不同的深度.用$\boldsymbol{P}$表示波场,深度$z+\Delta z$的波场可以通过深度z的波场和延拓算子E得到,延拓算子是关于速度的函数:

$$\boldsymbol{P}_{z+\Delta z}=\boldsymbol{E}_z\boldsymbol{P}_z. \tag{1}$$

将地质体划分为若干层,用$\boldsymbol{D}_0$表示地表接收到的波场.每层的波场都可以被看作上一层波场关于延拓算子的响应,反复递推,直到得到所有深度的波场.这就是偏移递归理论,通过矩阵的形式可表示为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_0\\ \boldsymbol{P}_1\\ \boldsymbol{P}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{P}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0&\cdots&0\\ \boldsymbol{E}_0&0&0&\cdots&0\\ 0&\boldsymbol{E}_1&0&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ 0&0&0&\boldsymbol{E}_{n-1}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_0\\ \boldsymbol{P}_1\\ \boldsymbol{P}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{P}_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_0\\ 0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}, \tag{2}$$

式中的下标表示波场和延拓算子所对应层的序号.为了便于计算也可将波场向量和延拓算子矩阵分别看作整体,其紧缩形式写为

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{D}. \tag{3}$$

这样,$\boldsymbol{P}$就可以利用波场延拓算子和其自身表达.在偏移公式中,常用I表示成像结果,为了不造成误

解，单位矩阵用 1 表示. 整理方程(3)，对 P 施加成像条件，成像公式可写为

$$I = \Sigma P = \Sigma(1-E)^{-1}D, \tag{4}$$

Σ 是成像算子. 因为双平方算子是一种模拟观测系统沉降的偏移方法，在成像的时候不需要利用相关成像条件. 在频率域中，成像条件可以用简单的求和矩阵来表述.

2.2 散射波场

在偏移速度分析过程中，为了便于计算，通常用慢度代替速度. 真实慢度和初始慢度之间的差被称为剩余慢度，剩余慢度的实质是模型的慢度扰动. 波场传播过程中，如果遇到慢度扰动则产生波场扰动，即散射波场.

在目前的研究中，偏移和速度分析方法主要是基于单程波方程，本文选用了单程波双平方根算子[13]作为波场延拓算子：

$$\begin{aligned} P_{z+\Delta z} &= P_z \exp\left[\mathrm{i}(k_{zs}+k_{zg})\Delta z\right] \\ &= P_z \exp\left[\mathrm{i}\left(\sqrt{(\omega s_s)^2-k_s^2}+\sqrt{(\omega s_g)^2-k_g^2}\right)\Delta z\right], \end{aligned} \tag{5}$$

其中 k_s 和 k_g 分别表示炮点波数与检波点波数，s 为慢度. 假设慢度场是横向非均匀的，则真实慢度 s 和初始慢度 $\hat{s}$ 之间存在剩余慢度 Δs. 偏移速度分析中，为了保证迭代算法不进入局部极小，必须先通过剩余校正偏移速度分析和射线追踪建立一个相对准确速度模型. 在此前提下，Δs 是一个相对比较小的量. 对公式(5) Taylor 展开，并只保留线性部分，公式(5)被改写为

$$\begin{aligned} P_{z+\Delta z} &\approx P_z \exp\left[\mathrm{i}(\hat{k}_{zs}+\hat{k}_{zg})\Delta z + \mathrm{i}\left(\frac{\partial k_z}{\partial s_s}\bigg|_{s_s=\hat{s}_s}\Delta s_s + \frac{\partial k_z}{\partial s_g}\bigg|_{s_g=\hat{s}_g}\Delta s_g\right)\Delta z\right] \\ &= \hat{E}_z P_z \exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{\partial k_z}{\partial s_s}\bigg|_{s_s=\hat{s}_s}\Delta s_s + \frac{\partial k_z}{\partial s_g}\bigg|_{s_g=\hat{s}_g}\Delta s_g\right)\Delta z\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

对(6)式中末项的 e 指数部分再次 Taylor 展开且只保留一阶项，可得到 P 和 Δs 之间的线性关系表达式：

$$\begin{aligned} P_{z+\Delta z} &= \\ &\hat{E}_z P_z\left(1+\mathrm{i}\frac{\partial k_{zs}}{\partial s_s}\bigg|_{s_s=\hat{s}_s}\Delta s_s\Delta z + \mathrm{i}\frac{\partial k_{zg}}{\partial s_g}\bigg|_{s_g=\hat{s}_g}\Delta s_g\Delta z\right) \\ &= \hat{E}_z P_z + \hat{E}_z G_s \Delta s_s + \hat{E}_z G_g \Delta s_g. \end{aligned} \tag{7}$$

为了计算方便，将 k_s 和 k_g 都用 k_z 代替，则

$$\begin{aligned} G &= \frac{\mathrm{i}\omega\Delta z}{\sqrt{1-\frac{k_z^2}{(\omega\hat{s})^2}}}P_z \\ &= \mathrm{i}\omega\Delta z P_z\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\binom{m}{n}\left(\frac{k_z}{\omega\hat{s}}\right)^{2n}\right), \end{aligned}$$

$$\binom{m}{n} = \frac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!}, m = -\frac{1}{2}.$$

这就是波场延拓算子的 Born 近似，其中 $\hat{E}$ 为背景波场延拓算子，该算子中的慢度为初始慢度；G 是波动方程偏移中的散射算子，它由背景波场与单位剩余慢度作用产生，在 Born 近似条件下 G 为线性算子. 散射算子与剩余慢度相乘并作用于成像条件，可得到剩余成像的正演结果. 同理，根据反演理论，亦可利用剩余成像反演剩余慢度.

散射算子 G 是混合域算子，它是背景波场与一个序列的乘积，这个序列为混合域的表达式. 在实际操作过程中，可根据类似于 Born 偏移的方法求取，先将背景波场通过傅里叶变换转化到波数域与波数作用，再变回空间域与慢度作用，用 FFT 和 IFFT 分别代表傅里叶变换和反傅里叶变换：

$$\begin{aligned} G &= \mathrm{i}\omega\Delta z \\ &\times\left(P_z + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\binom{m}{n}\left(\frac{1}{\omega\hat{s}}\right)^{2n}\mathrm{IFFT}\left[k_z^{2n}\mathrm{FFT}[P_z]\right]\right). \end{aligned} \tag{8}$$

也可以对散射算子序列作 Pade 近似，并利用有限差分格式求解，得：

$$G = \mathrm{i}\omega\Delta z\left[\frac{4(\omega s)^2-\frac{\partial^2}{\partial x^2}}{4(\omega s)^2-3\frac{\partial^2}{\partial x^2}}\right]P_z. \tag{9}$$

以上提到是炮-检域的方法，如果是在中心点-半偏移距域操作可利用公式(10)进行转换.

$$\begin{aligned} k_g &= \frac{k_m+k_h}{2}, \\ k_s &= \frac{k_m-k_h}{2}, \end{aligned} \tag{10}$$

式中 k_m 和 k_h 分别表示中心点波数与半偏移距波数.

2.3 偏移速度反演

波动方程偏移速度分析目的是寻找使偏移的结果最大程度逼近目标成像的速度. 根据获得目标成像的不同手段，波动方程类偏移速度分析可分为 DSO，MMF 和 WEMVA. 三种方法可以通过目标函数统一为

$$J(s) = \|A(I-B(I))\|_2 + W\|s\|_2, \tag{11}$$

式中 I 是通过波场延拓得到的偏移成像，W 是正则

化权函数,用以加速反演速度和提高精度.通过求解线性最小二乘反问题可以反演慢度.

DSO和MMF是自动化的偏移速度分析方法,不需要通过人工解释来优化成像,只需要让计算机自动判断ADCIG道集的同相轴是否被拉平,在这两种算法中$B=0$.对于DSO来说A是沿角度坐标的差分算子,该算子使得被拉平的ADCIG道集二范数为零,而对于MMF来说A是沿角度坐标的求和算子,该算子使被拉平ADCIG道集具有最大叠加强度.

自动化偏移速度分析对于数据的要求非常严格,计算量也相对较大,在实际应用中还存在一定的难度.最有希望在实际生产中取得突破的是WEMVA.对于WEMVA来说A是单位阵,B是成像优化算子.整个偏移速度分析也就是利用剩余成像反演剩余慢度的过程.

根据以上分析,WEMVA的目标函数可以改写为

$$J(\Delta s)=\|\Sigma\Delta P-\Delta I\|_2+W\|\Delta s\|_2, \quad (12)$$

ΔP为波场扰动.根据偏微分原理可得:

$$\Delta P_{z+\Delta z}=\Delta(E_zP_z)=E_z\Delta P_z+\Delta E_zP_z. \quad (13)$$

结合公式(6),(7),(13)式中右端第二项可写作

$$\Delta E_zP_z=E_zG_z\Delta s_z=\Delta U_{z+\Delta z}, \quad (14)$$

$\Delta U_{z+\Delta z}$表示当前深度的散射场.于是可以看到散射波场分为两部分:一部分是由当前深度$z+\Delta z$速度扰动所产生,另一部分则是上一个深度z的散射波场延拓后得到的波场,二者构成了当前总散射波场.逐层递归的结果是,每一个深度的总散射场等于当前及其以上深度所有散射场对当前深度影响的总和.散射波场和成像扰动也可按照递归方式来表达,其代数式和紧缩形式可分别写为

$$\begin{bmatrix}\Delta P_0\\ \Delta P_1\\ \Delta P_2\\ \vdots\\ \Delta P_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0&\cdots&0&0\\ E_0&0&0&\cdots&0&0\\ 0&E_1&0&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ 0&0&0&\cdots&E_{n-1}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta P_0\\ \Delta P_1\\ \Delta P_2\\ \vdots\\ \Delta P_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0&\cdots&0&0\\ E_0&0&0&\cdots&0&0\\ 0&E_1&0&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ 0&0&0&\cdots&E_{n-1}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}G_0&0&0&\cdots&0\\ 0&G_1&0&\cdots&0\\ 0&0&G_2&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ 0&0&0&\cdots&G_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta s_0\\ \Delta s_1\\ \Delta s_2\\ \vdots\\ \Delta s_n\end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\Delta P=E\Delta P+EG\Delta s. \quad (16)$$

根据(15),(16)两式求得剩余成像的表达式:

$$\Delta I=\Sigma\Delta P=\Sigma(1-E)^{-1}EG\Delta s=\Sigma MG\Delta s, \quad (17)$$

$$M=\begin{bmatrix}0&0&0&\cdots&0&0\\ E_0&0&0&\cdots&0&0\\ E_1E_0&E_1&0&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ E_{n-1}\cdots E_1E_0&E_{n-1}\cdots E_2E_1&E_{n-1}\cdots E_3E_2&\cdots&E_{n-1}&0\end{bmatrix}. \quad (18)$$

M由背景慢度场的延拓算子合成得到,它的各个元素代表速度模型中各深度所产生散射波场在背景慢度场中的延拓,其本身仍为一个线性算子.这样,成像扰动就用剩余慢度线性地表达出来.偏移速度分析通常在角度域中操作,成像后的角道集通过倾斜叠加获取[5],用L倾斜叠加算子,根据(12)(17)式可求得目标函数

$$J(\Delta s)=\|L\Sigma MG\Delta s-\Delta I\|_2+W\|\Delta s\|_2. \quad (19)$$

令$A=L\Sigma MG$,求解最小二乘问题,为了满足$J(\Delta s)=0$则必须有

$$A^*A\Delta s+W\Delta s=A^*\Delta I, \quad (20)$$

A是散射成像正算子,作用于慢度算子,经过波场延拓和成像得到剩余成像.A^*是散射成像共轭算子,其输入是剩余成像,经过反运算得到慢度扰动的梯度:

$$\mathrm{grad}=A^*\Delta I=G^*M^*\Sigma^*L^*\Delta I. \quad (21)$$

根据最优化算法寻找最佳步长,可迭代反演Δs.

利用图示简单介绍由慢度扰动产生剩余成像,并利用共轭算子求取慢度扰动梯度的步骤.假设均匀介质空间中存在平面波,则图1a为平面波背景波场的成像;图1b为介质空间中存在的慢度扰动;图1c为慢度扰动所引起的成像扰动,它通过散射算子与慢度扰动作用得到,即散射算子的正运算;图1d是慢度梯度,将散射算子的共轭算子作用于成像扰动求取慢度梯度,即散射算子的共轭运算.

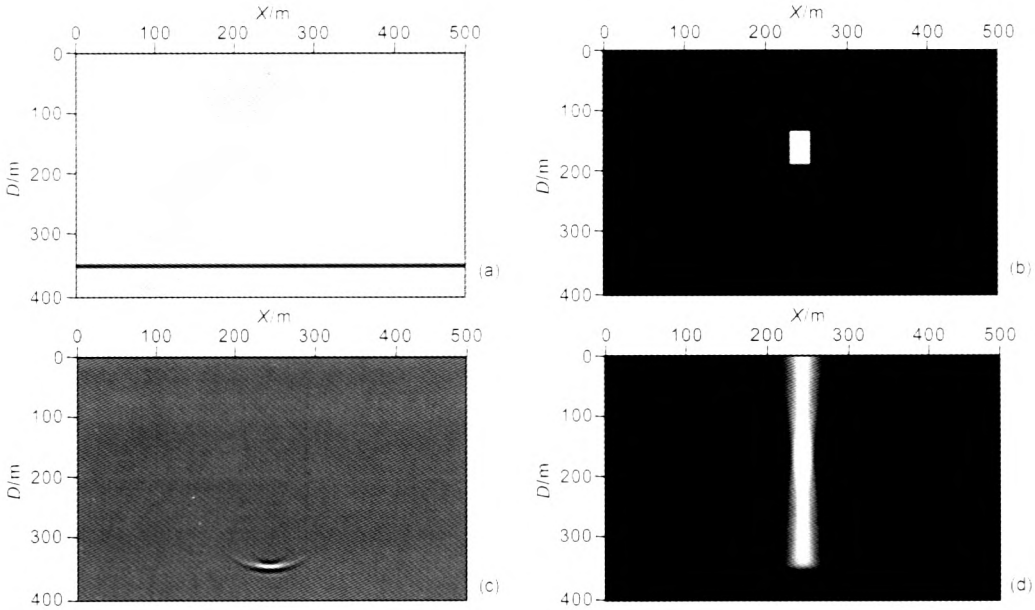

图 1　(a)背景波场成像；(b)慢度扰动；(c)成像扰动；(d)慢度扰动的梯度

Fig. 1　(a) Image from background wave field; (b) Slowness perturbation; (c) Image perturbation; (d) The gradient of slowness perturbation

2.4　线性化剩余成像

通常认为被拉平的 ADCIG 或聚焦最好的 ODCIG 对应着正确的偏移速度，如果偏移所采用的速度大于正确的偏移速度，则 ADCIG 同相轴向下弯曲，反之则向上弯曲. 由于 ODCIG 和 ADCIG 可以互相转换，ADCIG 同相轴不平，反应到 ODCIG 则表现为地震波深度聚焦不够或过量. 某些地震资料处理方法可以使利用初始偏移成像得到优化. 在初始速度模型较为接近正确速度模型的情况下，优化后的成像非常接近于正确的成像，可将其近似地看作正确的成像.

成像优化算法中，首先被提出的是 Stolt 叠前剩余偏移[24]，这种方法继承了 Stolt 偏移计算速度快、算法稳健的特点，并且以原始偏移的结果作为输入，偏移成像和成像优化过程各自独立，便于反复操作. 本文所采用的是时移成像条件，该方法在偏移速度确定的情况下增加或减小时移量，使地震波的成像深度得到调整，达到优化成像结果的目的. 这样就得到了另外一种道集合-时移共成像点道集(TSCIG). 在聚焦深度恒定的情况下，速度偏低与偏高等同于传播时间的过量与不足. 时移成像条件具有与剩余偏移相同的物理意义.

时移成像条件是一种非零时刻成像条件，在实际操作过程中仅仅是对波场乘以相移因子，因此不会带来太大的附加计算量. 对于双平方公式而言，时移量既包含炮点部分也包含检波点部分，所以时移量应该为单平方根的二倍.

$$I = \sum_{\omega} \boldsymbol{P} \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\omega\tau}. \tag{22}$$

通过选取不同的时移量 τ 将波场调整到不同的深度聚焦，当取某个时移量使成像被最佳聚焦或拉平时，我们就将它看作优化成像. 对比(22)式中 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\omega\tau}$ 和(6)式中的 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\omega\Delta z}{v_0}(1-\Delta s/s_0)}$ 可以发现，特定的时移量对应于一定的慢度扰动，也就是说，在偏移慢度一定的情况下，时间延迟和剩余慢度具有等价性. 于是，可以利用时移成像条件所得优化成像与零时成像的差作为剩余成像，用以反演剩余慢度：

$$\Delta I = I - \hat{I}. \tag{23}$$

$\hat{I}$ 为初始模型成像，其中 I 为优化成像，ΔI 为剩余成像. 需要特别注意的是，我们所采用的线性化反演方法基于 Born 近似，而 Born 近似需要满足的条件是慢度扰动与延拓步长都非常小. 虽然前期速度建模中已经使初始慢度接近于真实慢度，但是微小的扰动仍然足以导致算法的失败，所以这里的 ΔI 并不能直接用于反演计算. 为了保证算法的成功，就必须寻找到线性化的剩余成像，使之与线性化的散射算子相对应. 幸运的是，时移成像条件与散射算子具有等价性. 可采用与(7)式同样的方法对时移成像条件做线性化：

$$I = \sum_{\omega} \boldsymbol{P} \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\omega\tau} \approx \sum_{\omega} \boldsymbol{P}(1 - \mathrm{i}2\omega\tau) = \hat{I} - \sum_{\omega} \mathrm{i}2\omega\tau\boldsymbol{P}. \tag{24}$$

用 $\boldsymbol{G}_\tau = \mathrm{i}2\omega\boldsymbol{P}$ 表示时移成像条件中的散射算子，可按照散射场的推导方法得到线性化的剩余成像：

$$\Delta I = \sum \Delta \boldsymbol{P} = \sum \boldsymbol{M}\boldsymbol{G}_\tau \tau. \tag{25}$$

时移量是不随空间变化的常量，按照偏移递归算法有

$$\boldsymbol{P}_n = E_{n-1}\boldsymbol{P}_{n-1} = \cdots = E_{n-1}\cdots E_1 E_0 \boldsymbol{P}_0. \tag{26}$$

将(26)式代入方程(25)，线性化剩余成像公式还可简化为

$$\Delta I = \sum \Delta \boldsymbol{P} = n_\tau \tau \sum_\omega \mathrm{i}2\omega \boldsymbol{P}, \tag{27}$$

式中 n_τ 为当前层所对应的层序数.

在实际应用中，只需要将剩余成像用对应的线性化部分替换掉. 因为剩余成像与散射算子等价，则只要找到了线性化的剩余成像就可以适应较大慢度扰动的线性反演问题.

总结 WEMVA 方法可分为以下步骤：

(1)对地震记录作 DSR 偏移，利用时移偏移成像条件产生 TSADCIG，挑选被拉平的同相轴.

(2)根据线性化的成像条件产生线性化的剩余成像，将被拉平的同相轴用其对应的线性化部分替换掉.

(3)根据最小二乘法反演剩余慢度，使散射场的成像尽可能逼近线性化的剩余成像. 所得到的慢度扰动也就是 WEMVA 的结果.

3 模型试算

由于复杂模型中，对照优化成像拾取剩余成像是一件非常复杂的工作，本文用简单的模型验证本方法在特殊构造中的可行性. 我们设计了一个简单的模型(图 2)，模型长 500 m，深 400 m，利用有限差分正演得到合成地震记录. 合成记录共 49 炮，道间距 10 m，炮间距 10 m，记录长度为 0.4 s，采样间隔 1 ns，观测方式为全地表接收，每炮 50 道. 为了方便起见本文中的速度均用慢度代替.

因为模型简单，水平层的初始慢度模型(图 3)可以很容易地通过叠加速度分析和时深转换建立.

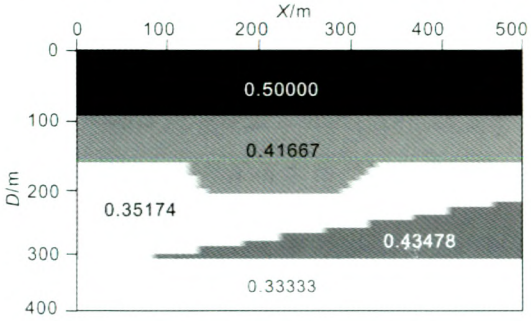

图 2 真实慢度模型(单位：s/km)

Fig. 2 True slowness model (unit: s/km)

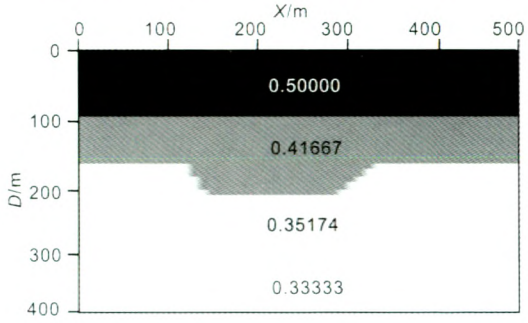

图 3 初始慢度模型(单位：s/km)

Fig. 3 Initial slowness model (unit: s/km)

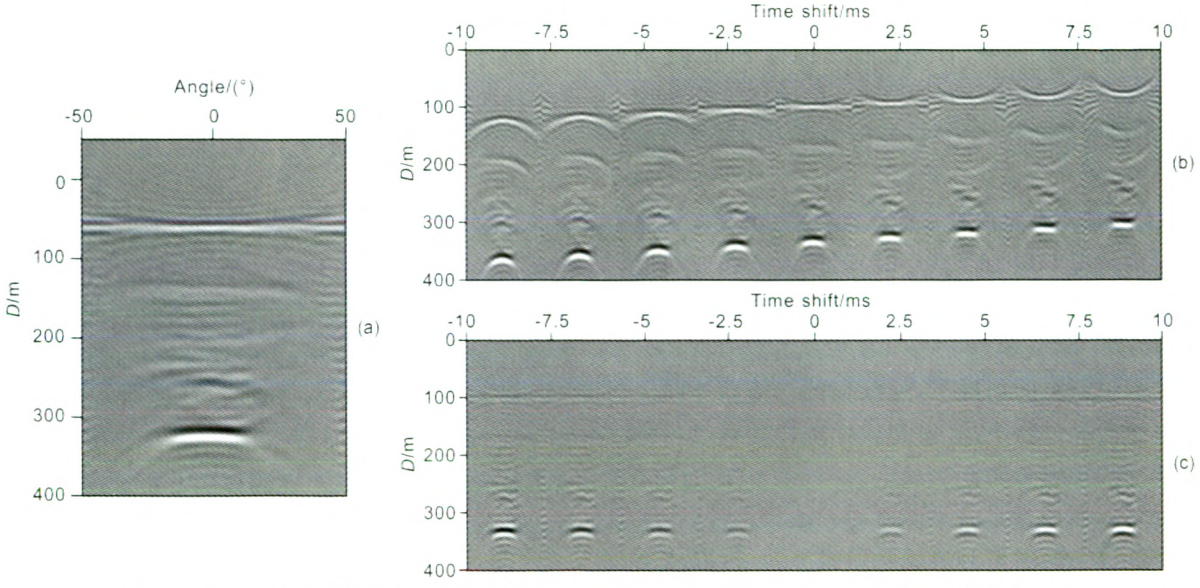

图 4 320 m 处(a)初速度模型角道集成像；(b)时移动共成像点道集；(c)线性化剩余成像道集

Fig. 4 (a) ADCIG by initial slowness model; (b) TSADCIG; (c) Linearized residual image at 320 m

但从偏移后的角道集可以看出，受地质体角度和偏移孔径影响，台阶状低速体部分的成像无法在角道集中有效地体现出曲率，走时类偏移速度分析方法在此受到限制. 虽然台阶状构造顶部的成像不明显，但从图 4a 中可以看到其底部因为构造平坦和孔径角度充足能够得到较为有效的成像. 因此，我们希望通过底部的成像差反演剩余慢度. 先假设这部分的速度和同一深度的高速体一致，通过偏移得到初始成像(图4a)并利用时移成像条件得到时移共成像点道集(图 4b). 为了保证线性反演的正确性，在生成时移共成像点道集的同时生成线性化的剩余成像道集(图 4c). 在时移共成像点道集中选择被拉平，而初始偏移中未被拉平的部分作为局部优化后的成像，再从线性化剩余成像道集中拾取出对应的部分作为剩余成像.

在具体的操作中，根据线性化剩余成像公式(27)，线性化剩余成像并不改变原始成像的相位和深度，其深度与原始成像深度等同. 而对应的时移量可从时移成像条件的叠加谱中获取. 根据原始成像的深度和时移量就可从图 4c 中提取出剩余成像. 图 5 是所有剩余成像的组合，利用散射算子的共轭算子可求得剩余慢度的梯度(图 6)，根据梯度法求解目标函数，经过 15 次迭代，反演出剩余慢度(图 7).

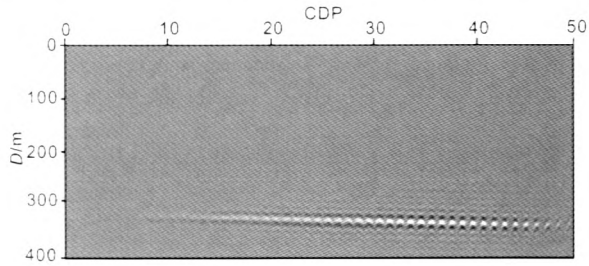

图 5　线性化剩余成像道集

Fig. 5　Linearized residual images of all this model

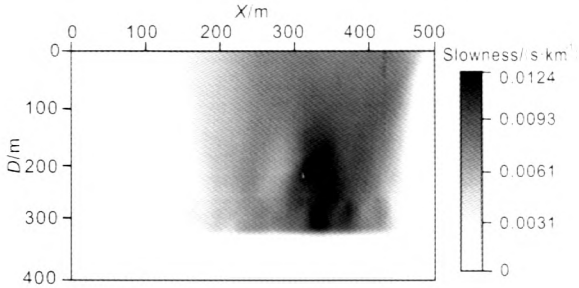

图 6　剩余慢度的梯度

Fig. 6　The gradient of the residual slowness

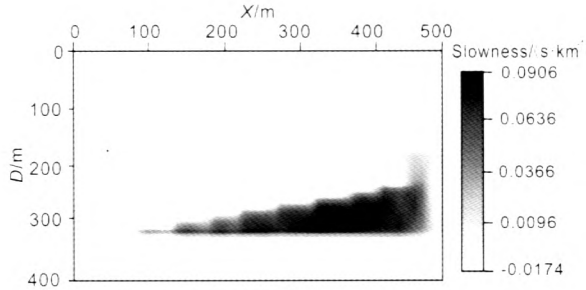

图 7　WEMVA 反演出的剩余慢度

Fig. 7　Residual slowness inversed by WEMVA

4　结　论

波动方程偏移速度分析由于直接根据剩余成像反演剩余慢度，很好地保留了地震波的动力学特征，受地质体角度和照明度的影响较低，相对于传统剩余校正偏移速度分析无法解决的问题具有一定的优势. 由于其基于波场延拓理论，计算量也变得非常巨大，相信随着计算机技术的发展，这一问题能够在未来得到解决. 另外，线性化剩余成像的替换工作操作也相对复杂. 就目前而言，该方法可以在陡倾角和欠照明区域作为传统速度建模方法的补充.

参考文献(References)

[1] Prucha M, Biondi B, Symes W. Angle domain common image gathers by wave equation migration. 69th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1999, 824～827

[2] 陈　凌，吴如山，王伟君. 基于 Gabor-Daubechies 小波束叠前深度偏移的角度域共成像道集. 地球物理学报，2004，**47**(5)：876～885

Chen L, Wu R S, Wang W J. Common angle image gathers obtained from Gabor-Daubechies beamlet prestack depth migration. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, **47**(5): 876～885

[3] Wu R S, Wang Y Z, Gao J H. Beamlet migration based on local perturbation theory. 70th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 2000, 1008～1011

[4] Xie X B, Wu R S. Extracting angle domain information from migrated wavefield. 72nd Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 2002, 1360～1363

[5] Sava P, Fomel S. Angle-domain common-image gathers by wavefield continuation methods. *Geophysics*, 2003, **68**: 1065～1074

[6] Al-Yahya K M. Velocity analysis by iterative profile migration. *Geophysics*, 1989, **54**: 718～729

[7] Ottolini R, Claerbout J F. The migration of common-midpoint slant stacks. *Geophysics*, 1984, **49**: 237～249

[8] 王昌龙，张叔伦，赵景霞等. 基于控制照明的合成震源记录交互剩余偏移速度分析. 地球物理学报，2007，**50**(3)：860～867

Wang C L, Zhang S L, Zhao J X, et al. Synthetic source

record interactive residual migration velocity analysis based on controlled illumination. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007,**50**(3):860～867

[9] Sava P, Fomel S. Time-shift imaging condition in seismic migration. *Geophysics*,2006,**71**:209～217

[10] 刘守伟,王华忠,程玖兵等. 时空移动成像条件及偏移速度分析. 地球物理学报, 2008,**51**(6):1883～1891
Liu S W, Wang H Z, Cheng J B, et al. Space-time-shift imaging condition and migration velocity analysis. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008,**51**(6):1883～1891

[11] Sava P, Biondi B. Wave-equation migration velocity analysis. I. Theory. *Geophysics*,2004,**52**:593～606

[12] Shen P, Symes W, Stolk C. Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration. 73rd Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 2003. 2132～2135

[13] Claerbout J F. Image the Earth's Interior. Blackwell Scientific Publications, 1985

[14] Sava P. Prestack Stolt residual migration for migration velocity analysis. 70th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 2000. 992～995

(本文编辑 何 燕)