

[文章编号] 1002-8412(2007)05-0025-05

带加强层高层结构考虑核心筒剪切变形影响的自由振动分析

陈 宇, 沈蒲生 (湖南大学土木工程學院, 湖南 长沙 410082)

[摘 要] 在一些假定的基础上, 运用结构动力学关于分布参数体系的振动理论, 考虑核心筒剪切变形的影响, 对带有水平加强层体系的高层建筑进行动力分析, 编制了计算机算法程序, 得出了该体系前三阶自振频率与加强层位置的关系, 并对核心筒剪切变形所引起振动频率的变化进行了分析, 得出了一些结论可供参考。

[关键词] 自振频率; 加强层位置; 动力分析; 剪切变形

[中图分类号] TU311.3 [文献标识码] A

Influence of Core-tube's Shear Deformation on Free Vibration of Tall Building Structures with an Outrigger

Chen Yu, Shen Pu-sheng (College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on some assumptions, the free vibration frequency of the structures with an outrigger is analyzed, and the relation between the location of the outrigger and the free vibration frequency is inferred through a computer program. The equal-parameter distribution theory of the structural dynamics is used, and the influence of core-tube's shear deformation is considered. The changes of the vibration frequency are analyzed in this paper.

Keywords: free vibration frequency; location of the outrigger; dynamic analysis; shear deformation

1 前言

水平加强层体系已广泛应用于框架-核心筒结构的高层建筑中, 它通过刚臂来协调框架-核心筒结构中外排柱的变形, 从而使得外排柱与核心筒墙一道参与抵抗水平荷载引起的倾覆力矩, 可大大减少房屋的侧移和核心筒的弯矩。国内外许多学者对水平加强层进行了研究并取得了一定的成果, 本文以设置一个加强层的高层建筑为例, 对考虑核心筒剪切变形影响进行动力分析。

2 计算简图

框架-核心筒结构设置水平加强层以后, 由于其刚度很大, 迫使一侧外排柱受压, 一侧受拉, 形成的反力矩作用于核心筒上, 抵消了一部分核心筒各截面所承受的倾覆弯矩, 从而减少了结构侧移, 提高了整个结构的抗侧移能力。因此加强层的效果就相

当于在核心筒设置加强层位置处作用了一个抗扭弹簧, 在进行动力分析时, 计算简图如图 1 所示。

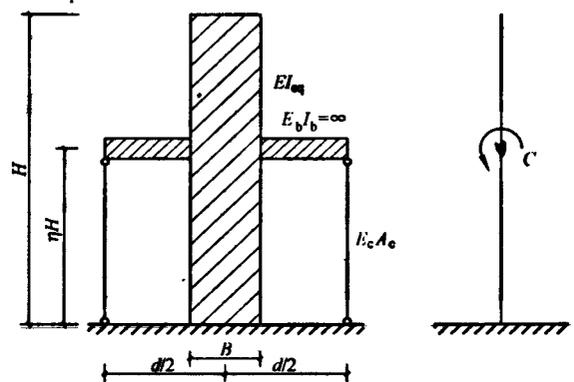


图 1 计算简图

3 基本假定

- (1) 外排柱与核心筒横截面沿高度方向不变;
- (2) 忽略转动惯量的影响;
- (3) 加强层与外排柱铰接, 与核心筒刚接, 核心

[收稿日期] 2007-01-31

[基金项目] 国家自然科学基金项目(50378035)

筒承担弯矩,外排柱内仅有轴力作用,而不承受弯矩;

(4)水平加强层的弯曲刚度为无穷大。

4 理论推导

外排柱轴力: $N = \frac{M}{d}$ (1)

外排柱轴应力: $\sigma = \frac{N}{A_c}$ (2)

外排柱轴应变: $\epsilon = \frac{\sigma}{E_c} = \frac{N}{E_c A_c}$ (3)

外排柱受轴力的长度变形:

$\Delta = \int_0^H \epsilon dx = \frac{N}{E_c A_c} \eta H = \frac{M \eta H}{E_c A_c d}$ (4)

加强层与核心筒连接处由于外排柱轴向变形引起的转角:

$\theta = \frac{\Delta}{\frac{1}{2}d} = \frac{M \eta H}{E_c A_c (d^2/2)}$ (5)

水平加强层的作用相当于在 $x = \eta H$ 处有一抗扭弹簧,其弹簧刚度为:

$C = \frac{M}{\theta} = \frac{E_c A_c (d^2/2)}{\eta H}$ (6)

式中, M 为加强层所承担的弯矩, N 为由于加强层上弯矩引起的外排柱轴力, A_c 为一侧外排柱总截面面积, E_c 为外排柱的弹性模量, η 为加强层所在位置的相对高度, d 为两端外排柱之间的距离。

由结构动力学关于分布参数体系的理论可知,带有水平加强层体系的高层建筑的振型函数为:

$\phi_n(x) = A_n \sin \alpha_n x + B_n \cos \alpha_n x + C_n \sinh \alpha_n x + D_n \cosh \alpha_n x$ (7)

其中 α_n 为频率参数。

所以在加强层位置以下部分的振型函数为:

$\phi_{n1}(x) = A_{n1} \sin \alpha_n x + B_{n1} \cos \alpha_n x + C_{n1} \sinh \alpha_n x + D_{n1} \cosh \alpha_n x$ (8)

加强层位置以上部分的振型函数为:

$\phi_{n2}(x) = A_{n2} \sin \alpha_n x + B_{n2} \cos \alpha_n x + C_{n2} \sinh \alpha_n x + D_{n2} \cosh \alpha_n x$ (9)

振动过程中,依据变形协调条件和边界条件有:建筑物基底固结,位移、转角为零,即 $x = 0$ 时有:

$\phi_{n1}(0) = \phi'_{n1}(0) = 0$ (10)

在水平加强层处,即 $x = \eta H$ 处,加强层上部和下部的位移、转角、弯矩、剪力满足变形协调关系,

即:

$\phi_{n1}(\eta H) = \phi_{n2}(\eta H)$ (11)

$\phi'_{n1}(\eta H) = \phi'_{n2}(\eta H)$ (12)

$EI_{cn} \phi''_{n1}(\eta H) + C \phi'_{n1}(\eta H) = EI_{cn} \phi''_{n2}(\eta H)$ (13)

$\phi'''_{n1}(\eta H) = \phi'''_{n2}(\eta H)$ (14)

在建筑物顶部,即 $x = H$ 处,弯矩、剪力为零,有

$\phi''_{n2}(H) = \phi'''_{n2}(H) = 0$ (15)

将上述 8 个方程联立,可得到 8 元 1 次方程组,经化简消元可得下面一个超越方程:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$
 (16)

其中

$a_{11} = 1 - \cosh \eta \gamma_n \cos \eta \gamma_n + \sinh \eta \gamma_n \sin \eta \gamma_n$
 $a_{12} = \cos \gamma_n \sinh \gamma_n - \sin \gamma_n \cosh \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \sin \eta \gamma_n - \cosh(1 - \eta) \gamma_n \sin \eta \gamma_n \cos \gamma_n + \sinh(1 - \eta) \gamma_n \sin \eta \gamma_n \sin \gamma_n$
 $a_{13} = -\sin \gamma_n \sinh \gamma_n - \cos \gamma_n \cosh \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \cos \eta \gamma_n + \cosh(1 - \eta) \gamma_n \sin \eta \gamma_n \sin \gamma_n + \sinh(1 - \eta) \gamma_n \sin \eta \gamma_n \cos \gamma_n$
 $a_{21} = \sin \eta \gamma_n \cosh \eta \gamma_n + \sinh \eta \gamma_n \cos \eta \gamma_n$
 $a_{22} = -\cosh(1 - \eta) \gamma_n \cos \eta \gamma_n \cos \gamma_n + \sinh(1 - \eta) \gamma_n \cos \eta \gamma_n \sin \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \cos \eta \gamma_n$
 $a_{23} = \cosh(1 - \eta) \gamma_n \cos \eta \gamma_n \sin \gamma_n + \sinh(1 - \eta) \gamma_n \cos \eta \gamma_n \cos \gamma_n + \cosh \eta \gamma_n \sin \eta \gamma_n$
 $a_{31} = 2K \eta \gamma_n + \sinh \eta \gamma_n \cos \eta \gamma_n + \sin \eta \gamma_n \cosh \eta \gamma_n$
 $a_{32} = 2K \eta \gamma_n (\cos \gamma_n \sinh \gamma_n - \sin \gamma_n \cosh \gamma_n) - \cos \eta \gamma_n \cos \gamma_n \cosh(1 - \eta) \gamma_n + \cos \eta \gamma_n \sin \gamma_n \sinh(1 - \eta) \gamma_n + \cosh \eta \gamma_n \cos \gamma_n \cosh(1 - \eta) \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \sin \gamma_n \sinh(1 - \eta) \gamma_n$
 $a_{33} = 2K \eta \gamma_n (-\sin \gamma_n \sinh \gamma_n - \cos \gamma_n \cosh \gamma_n) + \cos \eta \gamma_n \sin \gamma_n \cosh(1 - \eta) \gamma_n + \cos \eta \gamma_n \cos \gamma_n \sinh(1 - \eta) \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \sin \gamma_n \cosh(1 - \eta) \gamma_n - \cosh \eta \gamma_n \cos \gamma_n \sinh(1 - \eta) \gamma_n$

式中, γ_n 代表振动频率,其值为 $\gamma_n = \alpha_n H$,为无量纲

项; K 为核心筒与外排柱刚度之比,其值为 $K = \frac{EI_{cn}}{C \eta H}$

$= \frac{EI_{cn}}{E_c A_c (d^2/2)}$

假设 K_0 为未考虑核心筒剪切变形时核心筒与外排柱刚度之比,其值为: $K_0 = \frac{EI_q}{C\eta H} = \frac{EI_q}{E_c A_c (d^2/2)}$, 其中 I_q 为等效惯性矩。

在整截面剪力墙中,引入等效刚度 EI_{eq} 的概念,把剪切变形与弯曲变形综合成用弯曲变形的形式表达:

$$EI_{eq} = \frac{EI_q}{1 + \frac{9\mu I_q}{A_q H^2}} \quad (17)$$

其中: $A_q = \left(1 - 1.25\sqrt{\frac{A_d}{A_0}}\right) A$, $I_q = \frac{\sum I_j h_j}{\sum h_j}$

μ 为截面形状系数,这里按矩形截面考虑,取 $\mu = 1.2$,同时核心筒墙按不开洞考虑,所以有:

$$EI_{eq} = \frac{EI_q}{1 + \frac{9\mu I_q}{A_q H^2}} = \frac{EI_q}{1 + \frac{9 \times 1.2 \times tB^3}{tBH^2}} = \frac{EI_q}{1 + \frac{10.8 B^2}{12 H^2}} \quad (18)$$

$$K = \frac{EI_{eq}}{E_c A_c (d^2/2)} = \frac{1}{1 + \frac{10.8 B^2}{12 H^2}} \frac{EI_q}{E_c A_c (d^2/2)} = \frac{1}{1 + \frac{10.8 B^2}{12 H^2}} K_0 \quad (19)$$

式(19)即是 K 与 K_0 的关系式,一个考虑了核心筒剪切变形的影响,一个没有考虑核心筒剪切变形的影响。根据此式可得到 K 与 K_0 的一一对应关

系值,如表 1 所示,其中 H/B 为核心筒的高度与宽度之比。分别把 K 与 K_0 代入式(16),即可得到考虑了核心筒剪切变形和未考虑核心筒剪切变形时加强层体系的自由振动形式。

式(16)是一个关于 y_n 与 η 的方程,把 y_n 当作应变变量,把 η 当作自变量,通过该方程便可得到 y_n 随 η 的变化而变化的曲线,即振动频率随加强层位置的改变而变化的曲线。由于该方程是一个非常复杂的非线性方程,必须借助计算机求解。本文采用了一种类似二分法的方式来逼近结果,可以保证收敛的精度和收敛的速度。

本文求得了前三阶自振频率与加强层位置的关系曲线,由于所得曲线(包括未考虑核心筒剪切变形的情况)都十分相似,因此只取出 $H/B = 8$ 时前三阶自振频率与加强层位置的关系曲线,即图 2 ~ 图 4 来进行分析。

其曲线特征为:第一振型的关系曲线为加强层位置在 $0.5H$ 附近处达到波峰的波浪状曲线,而第二、第三振型的曲线分别为带有 2 个、3 个波峰的波浪状曲线,其最大波峰分别在 $0.75H$ 和 $0.85H$ 附近。当核心筒与外排柱的刚度之比 K 值越小时,即外排柱的相对刚度越大时,设置加强层对提高结构自振频率的效果越明显,且随加强层位置的变化,结构自振频率的变化也越明显。而当 $K \geq 2.4655$ 时, K 值的大小与结构自振频率没有太大的关系,且加强层位置对自振频率影响很小。

表 1 K 随 K_0 变化值

K_0	K											
	$H/B = 1$	$H/B = 1.5$	$H/B = 2$	$H/B = 2.5$	$H/B = 3$	$H/B = 4$	$H/B = 5$	$H/B = 6$	$H/B = 7$	$H/B = 8$	$H/B = 9$	$H/B = 10$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	0.0265	0.0355	0.0410	0.0435	0.0455	0.0475	0.0485	0.0490	0.0490	0.0495	0.0495	0.0495
0.1	0.0525	0.0715	0.0815	0.0875	0.0910	0.0945	0.0965	0.0975	0.0980	0.0985	0.0990	0.0990
0.2	0.1055	0.1430	0.1635	0.1750	0.1820	0.1895	0.1930	0.1950	0.1965	0.1970	0.1980	0.1980
0.4	0.2105	0.2855	0.3265	0.3495	0.3635	0.3785	0.3860	0.3900	0.3930	0.3945	0.3955	0.3965
0.5	0.2630	0.3570	0.4080	0.4370	0.4545	0.4735	0.4825	0.4880	0.4910	0.4930	0.4945	0.4955
2.5	1.3160	1.7855	2.0410	2.1855	2.2725	2.3670	2.4130	2.4390	2.4560	2.4655	2.4730	2.4775
5.0	2.6315	3.5715	4.0815	4.3705	4.5455	4.7335	4.8265	4.8780	4.9115	4.9310	4.9455	4.9555
50	26.3160	35.7145	40.8165	43.7065	45.4545	47.3370	48.2625	48.7805	49.1160	49.3095	49.4560	49.5540

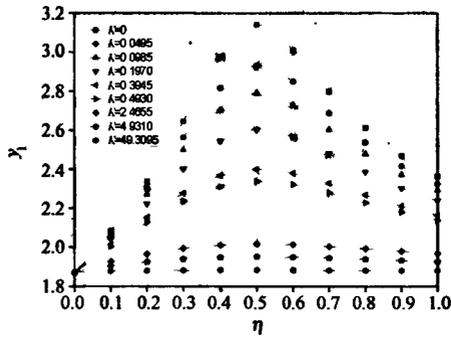


图2 H/B = 8时第一振型振动频率与加强层位置关系曲线

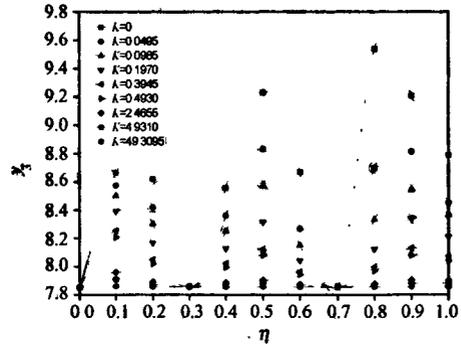


图4 H/B = 8时第三振型振动频率与加强层位置关系曲线

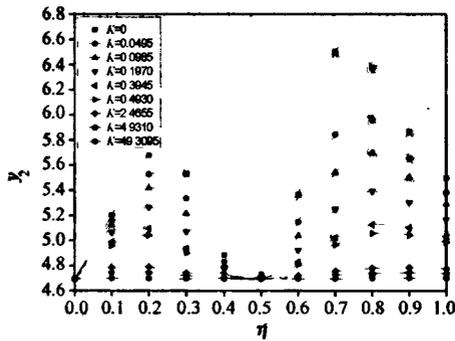


图3 H/B = 8时第二振型振动频率与加强层位置关系曲线

从图中还可看出:对于二阶、三阶振型,当加强层的位置处于此阶振型的拐点附近,即图中曲线的波谷时,结构的自振对是否有加强层的设置并不敏感,此位置的加强层对该阶自振有失效的反应,从而削弱了加强层的作用,其效果得不到发挥。

由于所得曲线(包括未考虑核心筒剪切变形的情况)都十分相似,为了量化核心筒剪切变形的影响,下面将以每阶振型的最大振动频率(γ_n)_{max}为代表值,以未考虑核心筒剪切变形时的最大振动频率(γ_n)_{max}为基值,考虑核心筒剪切变形对加强层体系自由振动的影响,详见表2~表4。

5 结论

由表2~表4,可得出以下结论:

(1)核心筒剪切变形作用总是使得加强层体系每阶振型的最大振动频率增大,且随着H/B的增大,即核心筒变得越来越高耸,核心筒剪切变形对每阶振型最大振动频率的影响越来越小。

(2)从第一、第二、第三阶振型的情况来看,当H/B相同时,随振型序号的加大,核心筒剪切变形的影响所引起加强层体系最大振动频率变化值的变化并不十分明显。

表2 核心筒剪切变形引起加强层体系第一振型最大振动频率的变化

K_0	第一振型最大振动频率(γ_1) _{max} 的变化(%)											
	H/B = 1	H/B = 1.5	H/B = 2	H/B = 2.5	H/B = 3	H/B = 4	H/B = 5	H/B = 6	H/B = 7	H/B = 8	H/B = 9	H/B = 10
0.05	2.9929	-1.7700	1.0709	0.7627	0.5202	0.2812	0.1670	0.1113	0.1113	0.0555	0.0555	0.0555
0.1	4.8889	2.7146	1.7112	1.1336	0.8072	0.4878	0.3084	0.2197	0.1754	0.1314	0.0875	0.0875
0.2	6.6887	3.6193	2.1955	1.4581	1.0293	0.5719	0.3594	0.2905	0.2023	0.1732	0.1151	0.1151
0.4	7.8435	4.0857	2.4620	1.6312	1.1546	0.6655	0.4288	0.3045	0.2123	0.1665	0.1360	0.1057
0.5	7.8950	4.0592	2.4054	1.5935	1.1064	0.6483	0.4016	0.2987	0.2157	0.1649	0.1293	0.1057
2.5	4.8076	2.2833	1.3260	0.8768	0.6292	0.3773	0.2607	0.1463	0.1049	0.0820	0.0640	0.0533
5	2.9790	1.3762	0.7851	0.5057	0.3523	0.1991	0.1273	0.0886	0.0639	0.0496	0.0391	0.0319
50	0.3802	0.1699	0.0957	0.0613	0.0426	0.0240	0.0153	0.0107	0.0077	0.0060	0.0047	0.0039

表 3 核心筒剪切变形引起加强层体系第二振型最大振动频率的变化

K_0	第二振型最大振动频率(γ_2) _{max} 的变化(%)											
	$H/B=1$	$H/B=1.5$	$H/B=2$	$H/B=2.5$	$H/B=3$	$H/B=4$	$H/B=5$	$H/B=6$	$H/B=7$	$H/B=8$	$H/B=9$	$H/B=10$
0.05	3.8729	2.2116	1.3194	0.9439	0.6569	0.3515	0.1289	0.1278	0.1278	0.1032	0.1032	0.1032
0.1	5.0835	2.6917	1.6699	1.0648	0.7703	0.4449	0.2814	0.1788	0.1647	0.1143	0.0622	0.0622
0.2	5.3562	2.7573	1.6246	1.0425	0.7505	0.4279	0.2805	0.1986	0.1370	0.1227	0.0819	0.0819
0.4	4.6340	2.2740	1.3157	0.8513	0.6061	0.3309	0.2465	0.1753	0.1219	0.0967	0.0783	0.0601
0.5	4.2815	2.0908	1.2218	0.8028	0.5449	0.3096	0.2013	0.1364	0.1014	0.0792	0.0617	0.0510
2.5	1.5021	0.6834	0.3761	0.2374	0.1667	0.0934	0.0594	0.0408	0.0287	0.0219	0.0151	0.0112
5	0.8046	0.3418	0.1853	0.1207	0.0846	0.0480	0.0306	0.0214	0.0154	0.0119	0.0095	0.0077
50	0.0817	0.0365	0.0206	0.0131	0.0091	0.0052	0.0033	0.0023	0.0017	0.0013	0.0011	0.0009

表 4 核心筒剪切变形引起加强层体系第三振型最大振动频率的变化

K_0	第三振型最大振动频率(γ_3) _{max} 的变化(%)											
	$H/B=1$	$H/B=1.5$	$H/B=2$	$H/B=2.5$	$H/B=3$	$H/B=4$	$H/B=5$	$H/B=6$	$H/B=7$	$H/B=8$	$H/B=9$	$H/B=10$
0.05	1.8228	1.1409	0.6310	0.4342	0.3092	0.1652	0.0761	0.0603	0.0603	0.0487	0.0487	0.0487
0.1	2.5912	1.2084	0.8512	0.5428	0.3926	0.2268	0.1434	0.0911	0.0839	0.0583	0.0317	0.0317
0.2	3.5512	1.8326	1.0815	0.6432	0.4770	0.2837	0.1841	0.1317	0.0909	0.0811	0.0540	0.0540
0.4	2.1502	1.1368	0.6247	0.3991	0.2805	0.1536	0.1158	0.0813	0.0534	0.0449	0.0365	0.0277
0.5	1.8743	0.9161	0.5184	0.3230	0.2048	0.1104	0.0881	0.0600	0.0444	0.0347	0.0270	0.0226
2.5	0.5434	0.2257	0.1224	0.0882	0.0603	0.0329	0.0215	0.0148	0.0104	0.0077	0.0054	0.0041
5	0.2932	0.1169	0.0722	0.0441	0.0326	0.0185	0.0122	0.0078	0.0056	0.0044	0.0035	0.0028
50	0.0303	0.0118	0.0067	0.0038	0.0019	0.0012	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002

(3)由第一振型振动频率变化表可知:当 $H/B \geq 4$ 时,核心筒剪切变形作用引起的加强层体系最大振动频率变化已经小于 1%,核心筒剪切变形的影响可以忽略不计。同样,由第二、第三振型振动频率变化表可知:当 H/B 分别大于等于 3 和 2.5 时,核心筒剪切变形的影响可以忽略不计。

[1] 熊军,刘彦青,赵喜庆. 高层建筑水平加强层体系的自由振动分析[J]. 四川建筑科学研究,1998,(1)

[2] 沈蒲生. 高层建筑结构设计[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2006

[3] 克拉夫 R,彭津 J. 结构动力学(第二版)[M]. 北京:高等教育出版社,2006

[4] 谭浩强,田淑清. FORTRAN 语言—FORTRAN77 结构化程序设计[M]. 北京:清华大学出版社,2002

参考文献:

[作者简介] 陈宇(1982~),男,湖南宁乡人,湖南大学硕士研究生